Voorbeeldgestuurd rekenen op de Pabo verdubbelt de vooruitgang

door Elise Boltjes

De Engelstalige versie van dit artikel is geaccepteerd door het Wereldcongres Action Research 2006 (21-24 augustus 2006 te Groningen; zie www.wcar2006.nl)

Dit onderzoek wordt mede mogelijk gemaakt door de Europese Unie in het kader van het EQUAL-programma (ESF).

Voorbeeldgestuurd rekenen op de Pabo verdubbelt de vooruitgang

De Pabo van de Noordelijke Hogeschool Leeuwarden (NHL) biedt haar studenten tijdens het eerste jaar bijlessen aan om hun rekenvaardigheid te verhogen. Dit gebeurt al jaren. In het cursusjaar 2004-2005 zijn de traditionele bijlessen rekenen vergeleken met bijlessen waarbij de studenten zelf vanuit voorbeelden de grote lijnen ontdekken: voorbeeldgestuurd rekenen. De resultaten tonen aan, dat bij voorbeeldgestuurde bijlessen de vooruitgang meer dan verdubbelde ten opzichte van traditionele bijlessen. Thans worden dan ook alle bijlessen rekenen op de Pabo van de NHL voorbeeldgestuurd gegeven. In dit artikel beschrijf ik het onderzoek van verleden jaar.

Rekenen op de Pabo

Alle Pabo's in Nederland hebben in april 2005 met de minister van onderwijs afspraken gemaakt om het rekenvaardigheidniveau te verhogen. Vanaf september 2006 krijgen de studenten aan het begin van hun eerste studiejaar een toets om te beoordelen of hun rekenvaardigheid voldoende is. Mocht dit niet het geval zijn, dan hebben zij een jaar de tijd om de rekenvaardigheid bij te spijkeren. Als de vaardigheid aan het einde van het eerste studiejaar nog steeds niet op niveau is, dan volgt een bindend studieadvies de Pabo te verlaten. Begin 2006 is de discussie nog gaande of er een landelijke digitale rekentoets moet komen. Het Cito ontwikkelde een gestandaardiseerd toetspakket om de rekenvaardigheid te evalueren op grond van een nauwkeurig gedefinieerde prestatiestandaard: WISkunde/rekenen Computergestuurde Adaptieve Toetsing (WISCAT) (Straetmans en Eggen, 2005). De kracht van adaptief toetsen is de mogelijkheid de toets geautomatiseerd aan te passen afhankelijk van de door de student gegeven antwoorden. WISCAT gebruikt een itembank van ongeveer 900 items gekalibreerd op een grootschalige proefafname waaraan vele honderden eerstejaars studenten, afkomstig van 15 pabo's over het hele land, hebben meegedaan. Volgens onderzoek van het Cito bleek 53% van de eerstejaars pabo-studenten niet te voldoen aan de norm van de propedeutische eis die kwalitatief is omschreven. Opmerkelijk daarbij was het zeer grote verschil in rekenvaardigheid tussen vrouwen en mannen.

Meisjes geven eerder toe aan hun onzekerheid

Het verschil in rekenvaardigheid tussen meisjes en jongens is uit verscheidene onderzoeken bekend. Volgens het MOOJ-rapport bijvoorbeeld, zijn meisjes beduidend slechter in schattend rekenen, waarvoor lef en durf nodig is (Heuvel-Panhuizen en Vermeer, 1999). Het OESO (2003) onderzocht "wiskundige geletterdheid" in al haar lidstaten waaronder Nederland. Het geringe verschil in schoolprestaties in wiskunde tussen 15-jarige meisjes en jongens bleek niet te verklaren door een verschil in cognitief vermogen, maar door een verschil in zelfbeeld ten opzichte van hun score. Meisjes hebben een lager zelfbeeld van hun eigen kunnen dan jongens. Een lager zelfbeeld bij de meisjes wil zeggen, dat als een meisje een 7 haalt voor wiskunde ze erbij denkt "Ja, maar eigenlijk snap ik het niet." De jongen met een hoge positieve score voor het zelfbeeld die een 7 haalt voor wiskunde straalt uit "Wauw, ik ben goed in wiskunde!" Ze halen beide hetzelfde cijfer voor wiskunde, maar meisjes hebben daarbij het gevoel dat ze het toch eigenlijk niet goed begrijpen en jongens stralen uit dat ze een wiskundeknobbel bezitten. In geen enkel OESO-land komt zo'n groot verschil voor tussen meisjes en jongens in hun zelfbeeld ten opzichte van hun score in een bepaald vakgebied. Het OESO-rapport noemt dit dan ook een *extreem* groot verschil. Uit deze resultaten blijkt, dat in Nederland meisjes extreem meer dan jongens twijfelen aan hun eigen kunnen bij wiskunde dan hun cijfer aangeeft, terwijl toch de prestatie van de meisjes nauwelijks verschilt van die van de jongens.

Als voorbeeld, dat toegeven aan onzekerheid een grote invloed heeft bij het oplossen van een abstracte opgave, schets ik de uitleg van de bewering: 'een operator is commutatief'. Een willekeurige operator (zoals optellen of aftrekken) is commutatief als 'voor alle mogelijke waarden waarop de bewerking kan worden toegepast geldt, dat de bewerking in omgekeerde volgorde dezelfde uitkomst heeft'. Een voorbeeld van een commutatieve operator is de + voor optellen, want 2+3 is gelijk aan 3+2. De operator - is niet commutatief, want 2-3 is ongelijk aan 3-2. De operator ●, waarbij ● wil zeggen dat voor de operator het aantal bomen in de voortuin staan en na de operator het aantal bomen in de achtertuin. 2●3 geeft dan aan dat er 2 bomen in de voortuin staan en 3 in de achtertuin. Deze operator is niet commutatief, want 2●3 geeft een heel ander beeld dan 3●2 van het aantal bomen in de voor- en achtertuin. Je zou ook kunnen nemen de operator ♥ die wil uitdrukken *houden van*. Is deze operator ♥ commutatief? Als a♥b is het dan ook zo dat b♥a? Met deze operator houden leerlingen en studenten die rekenonderwijs ontvangen zich enorm bezig, zeker of die operator ♥ wel of niet commutatief is. Als a (ik) van b houd(t), houdt b dan ook van a (mij)? Soms? Of een beetje? Vele liederen en hele boeken zijn geschreven over deze vraag.

Waarschijnlijk geeft het rekenboek als goede antwoord: “Nee, de operator ♥ is niet commutatief, want het geldt niet altijd voor alle a en b.” Leerlingen zullen moeite hebben aan te geven dat a♥b niet commutatief is, terwijl ze dit gemakkelijk doen bij 2●3. Komt dit omdat a♥b een veel abstractere opgave is door het gebruik van de parameters a en b? Wel nee, het gevoel van onzekerheid overheerst om de vraag of a♥b commutatief is met “nee” te kunnen beantwoorden.
Ook in recent rekenonderzoek komt naar voren dat “Meisjes kunnen wel rekenen, maar durven het niet” (Timmermans, 2005). Het rekenonderwijs dient dus extreem rekening te houden met het toegeven aan onzekerheid van de leerling.

Anti-didactische inversie

Meisjes geven eerder toe aan hun onzekerheid door te vertrouwen op hun sociale en emotionele intelligentie. Als je uitgaat van meervoudige intelligenties, dan gebruikt het traditionele onderwijs bij rekenen vooral de cognitieve intelligentie. Rekenen aan de hand van realistische voorbeelden benut, naast de cognitieve intelligentie, veel meer de emotionele en sociale intelligentie. Door te vertrouwen op sociale en emotionele intelligentie ontstaat onzekerheid. Iets nieuws leren, brengt ook onzekerheid met zich mee. Niet alleen meisjes ervaren de onzekerheid, jongens ook. Jongens hebben meer testosteron in hun lichaam, waardoor ze meer bravoure tonen. Het leren moet leiden tot de hogere deductieve denktrant “als … dan …”. Geef je met veel bravoure op deductieve wijze les, dan spreekt dit meisjes niet aan. Geef je echter vanuit de onzekerheid van de leerling les, dan spreekt dit zowel meisjes als jongens aan. Op de onzekere leerling komt het ontrafelen van realistische voorbeelden veel geloofwaardiger over, de inductieve denktrant.
De discussie rond de vraag of de *de*ductieve dan wel de *in*ductieve manier van lesgeven beter was, werd door Freudenthal (1987) rond 1962 weergegeven met de term *anti-didactische inversie*: “(...) waarmee ik [Freudenthal] de neiging van de wiskundige bedoelde in het schoonschrift zijn gedachtegangen tegengesteld aan hun ontstaanswijze voor te stellen en liefst ook zijn onderwijs zo in te richten.” Freudenthal doelde daarmee op het inzicht, dat de logische volgorde van het wiskundeonderwijs niet bepalend is voor de psychologische en onderwijskundige volgorde. De deductieve manier van lesgeven die voor de leraar logisch is, moet in het onderwijs niet gebruikt worden, omdat de inductieve manier voor de leerling geloofwaardiger is. Deze inductieve weg, ook *geleide herontdekking* genoemd, betekent dat je niet axioma’s, maar het axiomatiseren onderwijst; niet de nieuwe orde leert, maar het ordenen, beginnend bij de ervaring van de leerling op het grondniveau van het denken. In de wiskunde is het leerdoel dus niet de uitkomst van een opgave, maar het begrijpen van de weg die tot de uitkomst leidt.

Realistisch rekenen

De didactiek van realistisch rekenen vindt haar oorsprong in de voor de leerling geloofwaardige inductieve denktrant vanuit constructivistische ideeën. Doelstelling is niet het verkrijgen van het goede antwoord, maar het beredeneren van de mogelijke antwoorden. Leerlingen bedenken en volgen bij het realistisch rekenonderwijs zelf hun oplossingsstrategieën, eventueel in samenspraak met de leerkracht en/of medeleerlingen. Bij deze geleide herontdekking zou informatietransfer op grotere schaal plaatsvinden. Ook de motivatie van de leerlingen is groter bij gebruik van realistische problemen. Het realistisch reken-wiskundeonderwijs ziet, samen met Freudenthal, als centraal element het mathematiseren; het wiskundig organiseren van de werkelijkheid of het wiskundig organiseren van de wiskunde zelf. Door Treffers (1987) respectievelijk horizontaal en verticaal mathematiseren genoemd. Horizontaal mathematiseren is het vertalen van het probleem uit de *real world* naar de symboolwereld. De veelal daarop volgende verdieping binnen de wiskunde door het uitvoeren van wiskundige bewerkingen, leidt tot een nieuwe situatie. Door reflectie op de nieuwe situatie wordt de kennis uitgebreid. Dit proces van kennisuitbreiding wordt gedefinieerd als verticaal mathematiseren. Het basisidee van realistisch reken-wiskundeonderwijs is dat een combinatie van horizontaal en verticaal mathematiseren de leerlingen in de gelegenheid stelt reken-wiskundige kennis en inzichten te verwerven. Daarmee hoop je te bereiken dat de leerlingen wiskunde construeren waarvan ze zelf de juistheid kunnen overzien. Zodat ze daarvoor niet hoeven te leunen op de autoriteit van de leraar of het leerboek.
Conventionele werkwijzen en notatiewijzen kunnen op een impliciete manier door de leerkracht in het leerproces worden ingebracht. Deze strategie kun je pro-actief kunt noemen (Gravemeijer, 1995). Pro-actief handelen is niet alleen van betekenis voor het introduceren van conventies. Het kan ook gaan om het ondersteunen van het proces van geleide herontdekking. Een bekende manier om het leerproces pro-actief te beïnvloeden, ligt in het kiezen van de opgaven. Via een reeks van opgaven kunnen leerlingen op het spoor worden gebracht van specifieke oplossingsstrategieën. Het zich eigen maken van reken-wiskundige vaardigheden is een proces dat verschillende niveaus doorloopt. Boswinkel en Moerlands

(2003) geven vier niveaus aan: 1) de wereldoriëntatie, 2) de modelmaterialen, 3) het bouwsteenniveau en 4) het formele niveau. Deze niveaus zijn als volgt.

1) Het eerste niveau is de wiskundige wereldoriëntatie. Dit is het meest basale niveau, waarbij de informele kennis bewust wordt gemaakt.
   Voorbeeld: een realistische probleem als inleiding: "In een tuinwinkel worden planten per stuk verkocht en per volle bak met 8 plantjes erin. Voor een volle bak plantjes betaal je minder dan 8 x de prijs van 1 plantje. Ik wil dus zoveel mogelijk volle bakken afrekenen. Ik heb een bak voor ¾ met plantjes gevuld en een andere bak heb ik voor 5/8 gevuld. Hoeveel volle bakken met plantjes en hoeveel losse plantjes moet ik afrekenen?"

2) Het tweede niveau is het gebruik van modelmaterialen die de concrete werkelijkheid symboliseren, zoals vingers en breukstokken.
   Voorbeeld: echte bakken met plantjes vervangen door het tekenen van de bakken en plantjes op papier.
3) Het derde niveau is het bouwsteenniveau waarop getalrelaties worden gezien en een getal als samenstelling van andere getallen.
   Voorbeeld: bedenk dat een bak die voor ¾ gevuld is 6 van de 8 plantjes bevat, dus voor 6/8 is gevuld.
4) Het vierde en hoogste is het formele niveau waarop met wiskundige symbolen wordt gerekend.
   Voorbeeld: $\frac{3}{4}+\frac{5}{8} = \frac{6}{8}+\frac{5}{8}= \frac{11}{8}= 1\frac{3}{8}$. Dus 1 volle bak en 3 losse plantjes moeten worden afgerekend.

Boswinkel en Moerlands vergelijken de verschillende niveaus met een ijsberg. Deze ijsberg-metafoor ziet de eerste drie niveaus als het drijfvermogen en als de top van de ijsberg het vierde formele niveau. Het rekenonderwijs besteedt veel tijd aan het topje van de ijsberg, het oefenen op het formele niveau. Daardoor ontstaat er geen automatisering en een gebrek aan rekenstrategieën in het lange termijngeheugen (Hallahan, etal 2003; Ruijssenaars, et al., 2004). Leerlingen lijken daardoor meer baat te hebben bij de sturende, directe instructie van het traditionele onderwijs (Timmermans, 2005).

De didactiek van realistisch rekenen vat ik samen met "Leren aan de hand van realistische voorbeelden door geleide herontdekking (docent/materiaal) met steeds abstracter niveau (volgens ijsberg-metafoor)."

Voorbeeldgestuurd rekenen

De didactiek van voorbeeldgestuurd onderwijs gaat uit van de voor de leerling geloofwaardige inductieve denktrant en gebruikt als directe instructie een stappenplan (Boltjes, 2004). Het uitvoeren van het stappenplan stimuleert het abstract denken. De doelstelling is vanuit opgeloste realistische voorbeelden de grote lijnen te analyseren, vanuit de onzekerheid van de leerling. Bij het eerste deel van de methode herkent de leerling op geloofwaardige inductieve wijze vanuit het voorbeeld de grote lijnen. Tijdens het tweede deel van de methode herkent de leerling op geloofwaardige inductieve wijze de gevonden grote lijnen in nieuwe situaties, door deze op overeenkomsten en verschillen te bediscussiëren. Dit vindt plaats tijdens de verduidelijkingsdialoog waarbij de grote lijnen worden vergeleken met grote lijnen van eerder opgedane ervaringen. Deze ervaringen kunnen uit dezelfde context zijn, maar ook uit een ander kennisveld. De leerling vergelijkt de nieuw te leren grote lijnen met ervaringen waarvan de werking bij de leerling bekend is, daardoor zal de onzekerheid van het leren van de nieuwe grote lijnen geaccepteerd worden. Het accepteren van de onzekerheid is de grootst mogelijke zekerheid die je een leerling kunt bieden. Dit geeft de leerling zelfvertrouwen om iets nieuws te willen leren.
Het stappenplan van voorbeeldgestuurd onderwijs luidt:

Stap 1: baken het gebied af waarnaar je kijkt
Stap 2: geef voorbeelden
Stap 3: koppel de voorbeelden aan de grote lijnen
Stap 4: geef de grote lijnen met de begrippen weer

Stap 5: geef minstens twee relevante voorbeelden
Stap 6: zoek overeenkomsten en verschillen
Stap 7: plaats de grote lijnen in de ervaringswereld

Met het stappenplan toegepast op het hiervoor gegeven voorbeeld, ziet het voorbeeldgestuurde materiaal er voor de leerling als volgt uit.

In een tuinwinkel worden planten per stuk verkocht en per volle bak met 8 plantjes erin. Voor een volle bak plantjes betaal je minder dan 8 x de prijs van 1 plantje. Ik wil dus zoveel mogelijk volle bakken plantjes afrekenen.

De ene bak is voor $\frac{3}{4}$ gevuld met plantjes en de andere bak is voor $\frac{5}{8}$ gevuld.

Het totaal aantal bakken dat je kunt vullen is $\frac{3}{4}+\frac{5}{8}=\frac{6}{8}+\frac{5}{8}=\frac{11}{8}=1\frac{3}{8}$. Bij de kassa moet je dus 1 volle bak afrekenen en nog 3 losse plantjes.

De grote lijnen die je toepast om tot het antwoord te komen zijn:

1) ______________________________

2) ______________________________

3) ______________________________

- Geef een ander voorbeeld van de gevonden grote lijnen
- Bespreek de gevonden grote lijnen met je buur
- Laat je grote lijnen afvinken door de docent

In tegenstelling tot realistisch rekenen is bij voorbeeldgestuurd lesmateriaal het voorbeeld geheel uitgewerkt: het antwoord is gegeven. Zelfs een afbeelding van het antwoord is afgedrukt om de leerling zoveel mogelijk zekerheid te geven. Het doel is de grote lijnen te verwoorden die tot het antwoord leiden. De student zou bijvoorbeeld de grote lijnen om tot het antwoord te komen als volgt kunnen formuleren.

1) maak breuken van hetzelfde soort (gelijknamig)

2) tel aantal breuken op

3) haal hele(n) uit de breuk

De leerling bediscussieert vervolgens de gevonden grote lijnen met haar buur en docent. Ook bedenkt de leerling een eigen voorbeeld dat aan de grote lijnen voldoet. De opgaven die na deze instructie volgen, zijn uitgewerkte opgaven om de gevonden grote lijnen te oefenen. Daarna volgen dezelfde opgaven op het formele niveau als bij realistisch rekenen waarbij het antwoord moet worden gevonden.

De didactiek van voorbeeldgestuurd rekenen vat ik samen met "Leren vanuit uitgewerkte realistische voorbeelden: 1) vind de grote lijn en 2) herken de grote lijn in nieuwe situaties".

De opzet van het onderzoek

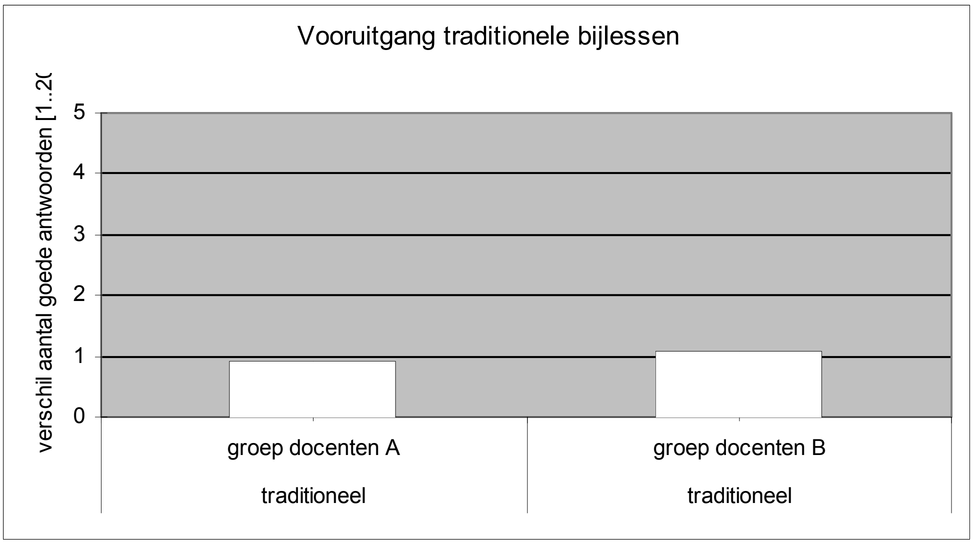
Op de Pabo van de Noordelijke Hogeschool Leeuwarden (NHL) beginnen ieder jaar zo'n 100 eerstejaars studenten met hun studie. Aan het begin van het jaar krijgen de studenten een instaptoets rekenen waarvan het niveau juist boven het niveau van de basisschool ligt. Voor deze instaptoets haalt zo'n 90% van de studenten onvoldoende. Dit zorgelijke resultaat deed de Pabo besluiten bijlessen rekenen te verzorgen. Een bijlesperiode duurt 8 weken. Nadat een bijlesperiode is gevolgd, mag de student opnieuw een rekentoets afleggen. Zolang het resultaat onvoldoende is, volgt er weer een nieuwe bijlesperiode die wordt afgesloten met een toets. De Pabo eist dat alle studenten de rekentoets uiteindelijk met voldoende resultaat afsluiten in de propedeuse.

De opzet van het onderzoek was als volgt. De Pabo studenten die in oktober 2004 een onvoldoende behaalden voor de instaptoets rekenen, werden verdeeld over vier bijlesklassen van ieder zo'n 22 studenten. De docenten bij de bijlessen rekenen waren studenten van de lerarenopleiding wiskunde van de NHL. De bijles-docenten begeleidden per tweetal een klas studenten. Alle docenten in dit cursusjaar hadden enkele jaren ervaring met het verzorgen van deze bijlessen. Iedere bijles duurde 2 uren per week en er gold een aanwezigheidsplicht. Tijdens de bijlesuren legden de docenten uit, maakten de studenten oefenopgaven en kregen de studenten huiswerk op. Tijdens de eerste bijlesperiode van het onderzoek gaven de docenten op hun eigen manier traditioneel les en werd er in januari 2005 afgesloten met een toets. De studenten die deze toets niet voldoende maakten, moesten een tweede bijlesperiode volgen. Tijdens de tweede bijlesperiode werd bij twee van de vier klassen het lesmateriaal aangepast, de groepen van docenten B. De docenten B stuurden daartoe hun lesmateriaal naar mij op, ik paste hun materiaal aan en de docenten B gaven de les voorbeeldgestuurd met het door mij aangepaste materiaal. De tweede bijlesperiode werd in april 2005 afgesloten met een toets. De resultaten van de studenten die aan alle drie de toetsen hadden meegedaan, deden mee aan het onderzoek.

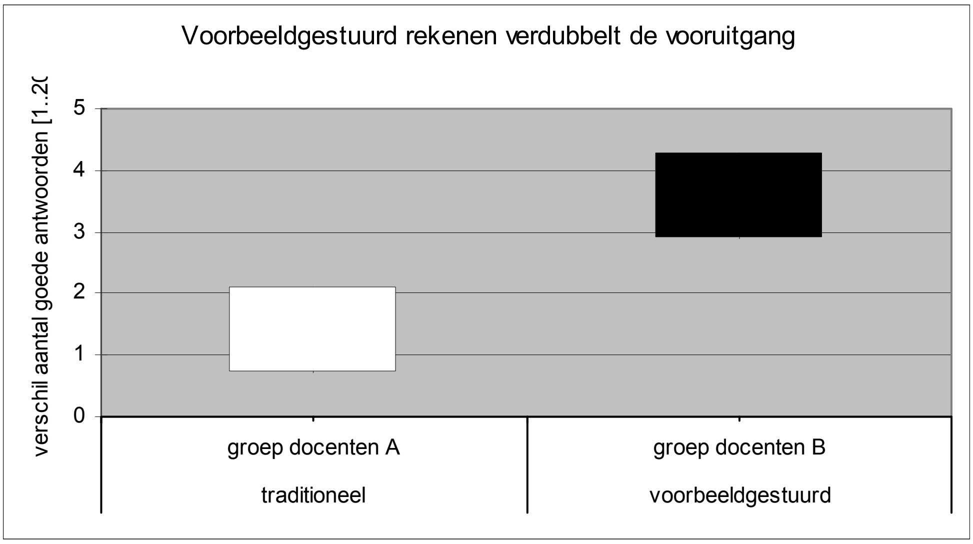
Resultaten

De resultaten zijn verdeeld over twee groepen. Een groep van 24 studenten die van docenten A beide bijlesperioden traditioneel les kregen. En een groep van 26 studenten die van docenten B de eerste bijlesperiode traditioneel les kregen en de tweede bijlesperiode voorbeeldgestuurd. Op iedere toets kon je maximaal 20 punten behalen. De stijging van het gemiddelde aantal behaalde punten bij de toetsen werd berekend voor de twee verschillende groepen.

Na de eerste bijlesperiode werd de gemiddelde stijging van het aantal punten voor de instaptoets in oktober 2004 naar de toets in januari 2005 berekend. Voor de groep studenten die traditioneel les kregen van docenten A was de gemiddelde stijging $0{,}2 \pm 0{,}7$ en voor de groep studenten die traditioneel les kregen van docenten B was de gemiddelde stijging $0{,}4 \pm 0{,}8$. In figuur 1 geef ik de gemiddelde stijging voor beide groepen weer met een foutengrens van 70%. De statistische overlap van de gemiddelde van beide groepen is meer dan 95%, vandaar dat de stijging in beide groepen als significant dezelfde kan worden beschouwd.



De studenten die onvoldoende haalden voor de toets in januari 2005, moesten de tweede bijlesperiode volgen die werd afgesloten met een toets in april 2005. Na de tweede bijlesperiode werd de gemiddelde stijging van het aantal punten voor de toets in januari 2005 naar de toets in april 2005 berekend. Voor de groep studenten die traditioneel les kregen van docenten A was de gemiddelde stijging 1,4 ± 0,7 en voor de groep studenten die voorbeeldgestuurd les kregen van docenten B was de gemiddelde stijging 3,6 ± 0,7. In figuur 2 geef ik de gemiddelde stijging voor beide groepen weer met een foutengrens van 70%. Het statistische verschil tussen de gemiddelde van beide groepen is meer dan 95%, zodat de stijging in beide groepen niet aan toeval is toe te schrijven, maar significant verschilt.



Conclusies en discussie

Uit de resultaten blijkt, dat de gemiddelde stijging van het aantal goede antwoorden bij traditioneel lesgeven in beide groepen significant dezelfde is. Bij docenten A en docenten B is de gemiddelde stijging dus significant gelijk als ze traditioneel lesgeven.
Uit de resultaten blijkt, dat bij traditioneel lesgeven de gemiddelde stijging van 1,4 ± 0,7 significant verschilt met de stijging bij voorbeeldgestuurd lesgeven van 3,6 ± 0,7. De conclusie is dat als er voorbeeldgestuurd wordt lesgegeven de stijging van het gemiddelde aantal goede antwoorden meer dan verdubbelt vergeleken met traditioneel lesgeven. Dit is een opmerkelijk groot verschil.

Uit de resultaten blijkt dat bij traditioneel lesgeven de stijging na de eerste bijlesperiode 0,2 ± 0,7 is en na de tweede periode 1,4 ± 0,7. Je zou kunnen verwachten dat de stijging in beide bijlesperioden bij traditioneel lesgeven gelijk zou zijn. Deze toename in stijging is te verklaren doordat de studenten aan een extra bijlesperiode hadden meegedaan. Bovendien was tijdens de tweede bijlesperiode de groep kleiner, omdat de studenten die al voldoende hadden behaald de tweede bijlesperiode niet meer volgden.
De opzet van het onderzoek was om zo veel mogelijk gebruik te maken van het traditionele lesmateriaal. De voorbeeldgestuurde aanpassing had vooral invloed op de volgorde en structuur van de les. De verwachting is, dat als er (nog) meer wordt uitgegaan van realistische voorbeelden uit het dagelijks leven, de vooruitgang nog groter zal zijn.
De docenten die voorbeeldgestuurd lesgaven waren bereidwillig om aan het onderzoek mee te doen, maar verwachtten er vooraf niet veel van. Al na de eerste voorbeeldgestuurde bijles werden ze enthousiast. Ze merkten dat de grote lijnen die zij in de traditionele les verwoordden, nu door de studenten zelf werden "ontdekt". De docenten lieten de hersenactiviteit aan de studenten over. Bij de traditionele bijles verwoordt de docent de grote lijnen tijdens het uitwerken van de voorbeelden op het bord. Bij de voorbeeldgestuurd versie van deze les zijn regels open gelaten waar de student zelf deze grote lijnen moet verwoorden aan de hand van uitgewerkte voorbeelden. Dit is een groot verschil in opbouw tussen de traditionele en de voorbeeldgestuurd versie van de les.
De didactiek van realistisch rekenen "Leren aan de hand van realistische voorbeelden door geleide herontdekking (docent/materiaal) met steeds abstracter niveau (volgens ijsberg-metafoor)" verschilt wezenlijk van de didactiek van voorbeeldgestuurd rekenen "Leren vanuit uitgewerkte realistische voorbeelden: 1) vind de grote lijn en 2) herken de grote lijn in nieuwe situaties". De didactiek van voorbeeldgestuurd rekenen legt, nog meer dan realistisch rekenen, de nadruk op het verwoorden van de weg die tot de oplossing leidt om deze in nieuwe situaties te kunnen toepassen.
Dit onderzoek toont aan dat bij voorbeeldgestuurd rekenen op de Pabo de vooruitgang meer dan verdubbelt, vergeleken met traditioneel rekenen. Bij voorbeeldgestuurd rekenen verwoordt niet de docent de grote lijnen, maar de student analyseert zelf de grote lijnen vanuit voorbeelden uit het dagelijks leven. Lesgeven vanuit de zekerheid van de docent, verschuift daardoor naar lesgeven vanuit de onzekerheid van de student. Daar voelen meisjes zich beter bij. En jongens ook.

Referenties

Boltjes, E.G. (2004). *Voorbeeld$_{IG}$ Onderwijs. Voorbeeldgestuurd onderwijs, een opstap naar abstract denken, vooral voor meisjes.* Maastricht: Universitair proefschrift. Zie www.VoorbeeldgestuurdOnderwijs.nl.

Boswinkel, N. & Moerlands, F.J. (2003). Het topje van de ijsberg. In: K. Groenewegen (Eds.), *Nationale Rekendagen 2002 - een praktische terugblik*, Utrecht: Freudenthal Instituut, pp. 103-114.

Freudenthal, H. (1987). *Schrijf dat op, Hans. Knipsels uit een leven.* Amsterdam: Meulenhoff.

Gravemeijer, K. (1995). *Het belang van social norms en socio-math norms voor realistisch reken-wiskundeonderwijs.* Tijdschrift voor nascholing en onderzoek naar het reken-wiskundeonderwijs. Panamapost, 14, 2.

Heuvel-Panhuizen, M. van den en H.J. Vermeer (1999). *Verschillen tussen meisjes en jongens bij het vak rekenen-wiskunde op de basisschool. Eindrapport MOOJ-onderzoek.* Utrecht: CD-β Press.

Organisation for Economic Co-operation and Development (2001). *Knowledge and skills for life- First results from PISA 2000.* Paris: OECD.

Straetmans, G. & T. Eggen (2005). *Afrekenen op rekenen: over de rekenvaardigheid van pabo-studenten en de toetsing daarvan.* Arnhem: CITO.

Timmermans, R. (2005). *Addition and subtraction strategies: assessment and instruction.* Nijmegen: Universitair Proefschrift.

Treffers, A. (1987). *Three dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Education.* The Wiskobas Project. Dordrecht: Reidel.

Elise Boltjes is werkzaam als docent op de Noordelijke Hogeschool Leeuwarden bij de afdeling Engineering en bij de lerarenopleiding exacte vakken.